

Chuyển động dính-trượt của hệ hai bậc tự do đặt trên băng tải có tính đến hiệu ứng ma sát Stribeck

Stick-slip motion of a two-degree-of-freedom system moving on a conveyor belt with consideration of Stribeck friction effect

Ngày nhận bài: 02/2/2020

Ngày sửa bài: 11/3/2020

Ngày chấp nhận đăng: 26/5/2020

Phạm Ngọc Chung, Nguyễn Như Hiếu

TÓM TẮT:

Trong nghiên cứu này, các tác giả phân tích dao động dính – trượt trong một hệ hai bậc tự do chuyển động trên một băng tải với vận tốc hằng số trong đó có tính đến hiệu ứng ma sát Stribeck giữa băng tải và vật thể dao động. Hiệu ứng ma sát Stribeck xuất hiện trong trường hợp vận tốc tương đối giữa các bề mặt là khá nhỏ, gần với vận tốc không, mà ở đó lực ma sát giảm đơn điệu khi vận tốc tăng. Đối với các hệ dạng nhiều bậc tự do chuyển động trên băng tải, hiện tượng vận tốc thấp này ít được nghiên cứu chi tiết, do đó mục đích của nghiên cứu này là khảo sát các đặc tính động lực học của hệ dựa trên đề xuất sử dụng mô hình ma sát LuGre, một mô hình có nhiều ưu điểm và có thể bắt được hiệu ứng Stribeck. Hệ đang xét chứa hai vật, trong đó một vật đặt trên vật kia và gắn với nhau bởi một lò xo đàn hồi, liên kết giữa hai vật có thêm ràng buộc ma sát do tiếp xúc giữa hai bề mặt. Các đặc trưng của chuyển động dính – trượt giữa vật và băng tải, chuyển động dính giữa hai vật cùng với sự xuất hiện của các vòng trễ, vòng giới hạn được phân tích chi tiết. Kết quả nghiên cứu cho thấy ý nghĩa của việc cần xét hiệu ứng Stribeck trong nhiều chuyển động chậm của các hệ động lực khác nhau liên quan đến ma sát giữa các bề mặt trong quá trình chuyển động.

Từ khóa: chuyển động dính-trượt, hiệu ứng Stribeck, vòng trễ, vòng giới hạn

ABSTRACT:

In this study, the authors have analyzed stick-slip motion of a two-degree-of-freedom system placed on a conveyor moving at constant speed. The Stribeck friction effect between surfaces of the conveyor belt and mass elements of the system is taken into account. The Stribeck effect occurs when relative velocity between two surfaces is low (i.e. near-zero velocity) for which the friction force monotonically decreases as relative velocity is increasing. For multi-degree-of-freedom systems traveling on the conveyor belt, the phenomenon related to low velocity of system motion is less studied in detail. The objective of this study is to explore characteristics of dynamics of considered system with proposed study of using LuGre friction model that can capture the Stribeck effect. Our system consists of two mass elements, one of which is placed on the other and connects together by an elastic spring. The contact surface of two mass elements has a friction constraint. Characteristics of stick-slip motions, hysteretic loop of frictions, and limit cycles of system responses are analyzed in detail. The research result exhibits the significance of Stribeck friction effect in low-velocity dynamic systems containing friction factors.

Keywords: stick-slip motion, Stribeck effect, hysteretic loop, limit cycle

Phạm Ngọc Chung¹, Nguyễn Như Hiếu²

¹ Khoa Khoa học Cơ bản, Trường Đại học Mở - Địa chất, Đức Thắng, Bắc Từ Liêm, Hà Nội

² Khoa Cơ khí – Cơ điện tử, Đại học Phenikaa, Phường Yên Nghĩa, Hà Đông, Hà Nội

Email: phamngocchung@humg.edu.vn

Số ĐT: 0989625890

1. Giới thiệu

Ma sát là đối tượng được nghiên cứu từ khá lâu nhưng lại có nhiều hiệu ứng đặc biệt nên tính thời sự của nó vẫn hấp dẫn các nhà khoa học trong nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật khác nhau [1]. Ma sát xảy ra phổ biến trong quá trình chuyển động tương đối giữa các bề mặt. Hiện tượng ma sát thường gây ra sự tiêu tán năng lượng trên các thiết bị, nhất là các thiết bị có sự cọ sát lớn như các ổ bi, máy khoan... Trong bài toán ma sát thì độ nhám bề mặt có thể gây ra các hiệu ứng phức tạp và do đó đặc điểm ma sát ứng với các bề mặt khác nhau cũng khác nhau [2]. Trong kỹ thuật, người ta thường sử dụng mô hình ma sát mà ở đó lực ma sát (hay còn gọi là thành phần lực tiếp tuyến) và thành phần lực theo phương pháp tuyến có quan hệ tuyến tính và hệ số ma sát thường được lấy là hằng số. Trong nhiều bài toán đặc thù khác thì quan hệ tuyến tính này có những cải biến ứng với một mô hình ma sát phù hợp nhất định.

Ma sát có thể được phân ra làm hai loại: ma sát khô (hai bề mặt rắn tiếp xúc trực tiếp) và ma sát ướt (bề mặt tiếp xúc qua một lớp chất lỏng). Ma sát khô xuất hiện hai hiện tượng trong tự nhiên: (i) như một trở kháng chống lại sự chuyển động từ vị trí tĩnh định (stick mode); (ii) như một trở kháng chống lại sự chuyển động đang tồn tại (slip mode). Cả hai loại ma sát này có thể là lý do gây ra các dao động tự kích, chẳng hạn tại bề mặt tiếp xúc trong các máy công nghiệp. Về mặt toán học, ma sát khô kéo theo sự xuất hiện của phương trình vi phân có chứa thành phần không liên tục [chẳng hạn một hàm có giá trị f_1 trên miền S_1 , có giá trị f_2 trên miền S_2], trong đó đặc trưng không liên tục phụ

thuộc vào mô hình ma sát lựa chọn. Nói chung có một số mô hình ma sát khô phù hợp với loại bài toán nghiên cứu nào đó. Chẳng hạn nếu xét động lực học của hệ có vận tốc tương đối giữa các vật thể tiếp xúc là hằng số, ta có thể mô tả ma sát bằng mô hình đơn giản nhất thông qua định luật Coulomb và không cần áp dụng các mô hình ma sát phức tạp khác. Trong trường hợp này, lực ma sát được xem là một hàm đơn trị của vận tốc tương đối. Tuy nhiên trong một số nghiên cứu thực nghiệm đã biết trước đây mà ở đó vận tốc tương đối có sự thay đổi và dao động về giá trị, người ta đã chỉ ra rằng quan hệ vận tốc tương đối-ma sát là hàm đa trị, lực ma sát tuân theo các đường cong khác nhau trong các pha tăng tốc và giảm tốc của chuyển động trượt. Từ đó có thể làm xuất hiện các vòng trễ với những tính chất cơ học thú vị.

Nghiên cứu về ma sát thường dựa trên cả mô hình lý thuyết và thực nghiệm để khẳng định chất lượng hoạt động của một hệ cơ cấu nào đó. Đầu tiên phải kể đến mô hình ma sát dựa trên đặc tính động lực học điển tả ứng xử giống như lò xo đàn hồi được đề xuất bởi Dahl năm 1968 [3]. Mô hình của Dahl thực chất là ma sát Coulomb nhưng có độ trễ về sự thay đổi lực ma sát khi có sự thay đổi về hướng chuyển động. Các vấn đề liên quan đến sự tồn tại và duy nhất nghiệm cũng như hiệu ứng trễ được giải quyết trong một nghiên cứu của Bliman năm 1992 [4]. Tuy nhiên có thể nhận thấy đây là mô hình của Dahl không bao gồm hiệu ứng Stribeck. *Hiệu ứng Stribeck là hiệu ứng ma sát trượt trong chuyển động với vận tốc tương đối thấp được mô tả thông qua một hàm phụ thuộc vận tốc mà ở đó hàm giảm đơn điệu khi độ lớn vận tốc tăng.* Có một nghiên cứu khác [5] thể hiện sự cố gắng của tác giả trong vấn đề đưa hiệu ứng Stribeck vào mô hình Dahl sử dụng các đặc tính bất biến trong không gian tuyến tính. Tuy nhiên hiệu ứng Stribeck trong mô hình này chỉ xuất hiện trong giai đoạn chuyển tiếp của đáp ứng mà không xuất hiện trong giai đoạn bình ổn của hệ. Trong nghiên cứu của Wit và đồng nghiệp năm 1995 [6], tác giả đề xuất một mô hình ma sát mới dựa trên đặc tính động lực học của hệ. Mô hình lý thuyết đã được tác giả kiểm chứng bằng số liệu thực nghiệm và áp dụng cho một bài toán điều khiển đơn giản sử dụng bộ điều khiển PID. Những đặc trưng mới trong phân tích ma sát là dựa vào mối quan hệ mật thiết giữa tương quan của hệ dao động và động lực học hệ ma sát dựa trên mô hình LuGre và các phiên bản cải tiến của nó. Mô hình LuGre là mô hình

kết hợp ma sát nhớt và hiệu ứng Stribeck vào mô hình Dahl. Trước đó, Gdaniec và đồng nghiệp [7] đã nghiên cứu về hiện tượng rẽ nhánh của hệ dao động có kể đến hiện tượng dính - trượt sử dụng mô hình ma sát LuGre kinh điển để xuất trước đây. Các tác giả chỉ ra rằng, các ứng xử ma sát bản thân nó có thể gây ra các dao động không thông thường, nghĩa là lực ma sát trở nên phụ thuộc vào vận tốc đáp ứng.

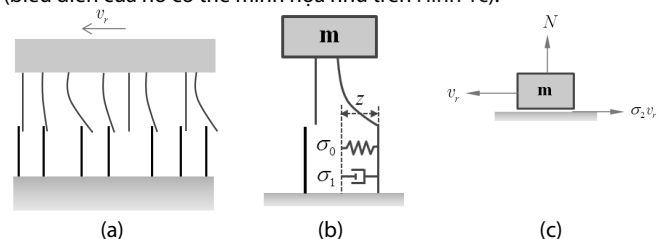
Bài toán chuyển động của vật thể đặt trên băng tải là một bài toán thường gặp trong thực tế, nhất là trong các dây chuyền sản xuất. Trong nhiều tình huống, người ta nhận thấy rằng vận tốc tương đối của vật thể là khá thấp do vấn đề đảm bảo an toàn và mức độ điều khiển chính xác cao. Vì vận tốc thấp như vậy nên hiệu ứng ma sát Stribeck có thể sẽ xuất hiện trong quá trình chuyển động của vật thể. Trong bài báo này, các tác giả đề xuất sử dụng mô hình ma sát LuGre với hiệu ứng Stribeck để phân tích tượng dính - trượt của hệ hai bậc tự do đặt trên băng tải. Đây là vấn đề mới và được tiếp cận bằng phương pháp số.

2. Mô hình ma sát LuGre với hiệu ứng Stribeck

Một trong những cách tiếp cận về ma sát động là dựa trên mô hình LuGre được đề xuất bởi Wit và đồng nghiệp [6]. Các tác giả cho rằng các bề mặt thường không đều khi quan sát ở thang vi mô và chúng chỉ tiếp xúc với nhau tại các điểm mà không phải toàn bộ bề mặt. Các phần tử tiếp xúc được xem là có các tương tác đàn hồi với nhau. Họ đã mô hình hóa sự tiếp xúc này giống như các lò đàn hồi. Khi chịu tác dụng của một lực tiếp tuyến, lò đàn hồi gắn trên bề mặt vật sẽ lệch sang một phía và tạo ra một lực cản (xem Hình 1a). Nếu lực đủ lớn, các lò sẽ bị lệch vượt giá trị giới hạn và tạo ra hiệu ứng trượt giữa hai bề mặt. Độ lệch của các lò thường mang tính ngẫu nhiên do tính chất hình dạng bất thường của bề mặt. Lực ma sát tổng có thể được biểu diễn dưới dạng tổng của tất cả các lực được tạo ra do sự uốn cong của lò và thành phần lực cản nhớt, trong đó lực cản nhớt được xem tỷ lệ thuận với vận tốc tương đối giữa hai bề mặt tiếp xúc. Biểu diễn toán học của lực ma sát là:

$$F_{fr} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_r \quad (1)$$

trong đó z được gọi là biến trạng thái trong thể hiện độ lệch trung bình của lò, σ_0 là độ cứng của lò và σ_1 hệ số cản của lò, σ_2 là hệ số ma sát nhớt trong chuyển động tương đối, v_r là vận tốc tương đối giữa hai bề mặt. Lực ma sát trên có hai thành phần gắn với biến trạng thái trong và một thành phần gắn với chuyển động tương đối giữa hai bề mặt. Thành phần liên quan đến độ cứng có thể mô hình hóa như một lò xo đàn hồi, trong khi thành phần cản có thể mô hình như một cản nhớt trong hệ cơ học thông thường (xem Hình 1b); thành phần lực ma sát nhớt có hướng ngược với hướng của vận tốc tương đối (biểu diễn của nó có thể minh họa như trên Hình 1c).



Hình 1. (a): Ma sát giữa hai bề mặt được mô hình thông qua tiếp xúc giữa các lò [để đơn giản, lò ở phần dưới được coi là cứng]; (b): Mô hình độ lệch của lò chịu tác dụng từ thành phần đàn hồi và thành phần cản; (c): Biểu vận tốc tương đối và thành phần đàn hồi liên quan đến vận tốc tương đối

Theo [6], độ lệch trung bình của lò cho bởi phương trình sau:

$$\dot{z} = v_r - \frac{|v_r|}{g(v_r)} z \quad (2)$$

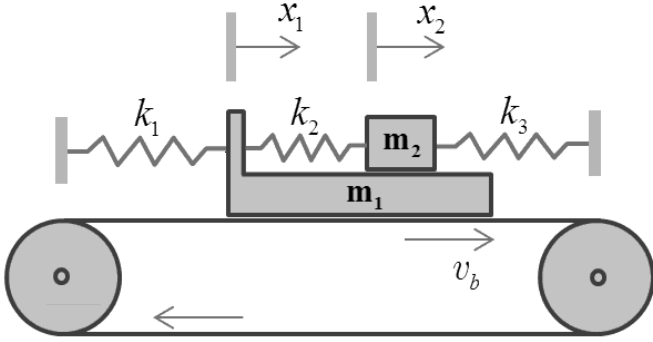
trong đó $g(v_r)$ là hàm Stribeck. Hàm $g(v_r)$ có giá trị dương và giảm đơn điệu từ $g(0)$ khi v_r tăng, có biểu diễn toán học lấy dưới dạng Gauss như sau:

$$\sigma_0 g(v_r) = F_C + (F_S - F_C) \exp\left\{-\left(v_r / v_s\right)^2\right\} \quad (3)$$

trong đó F_C là ma sát Coulomb, F_S là ma sát tĩnh và v_s là vận tốc Stribeck (xem [1]). Với mô tả này, mô hình được đặc trưng bởi sáu tham số $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, F_C, F_S$ và v_s .

Trong bài báo này các tác giả nghiên cứu chuyển động dính – trượt của một hệ hai bậc tự do đặt trên băng tải có tính tới hiệu ứng ma sát Stribeck mà Wit và đồng nghiệp đã đề xuất.

3. Phương trình chuyển động của hệ hai bậc tự do đặt trên băng tải



Hình 2. Mô hình hệ hai bậc tự do đặt trên băng tải chuyển động

Trong nghiên cứu này, các tác giả xem xét một hệ hai bậc tự do như minh họa trong Hình 2. Hệ gồm hai vật có khối lượng m_1 và m_2 đặt chồng lên nhau trong đó vật m_1 tiếp xúc với băng tải. Vật m_2 được nối với vật m_1 bởi lò xo k_2 và nối với điểm cố định bên phải bởi lò xo có độ cứng k_3 . Hệ tọa độ được chọn là x_1, x_2 sao cho tại vị trí ban đầu các lò xo không co giãn. Tổng độ giãn của các lò xo trong quá trình chuyển động là một hằng số do hai đầu của hệ được giữ cố định. Giữa vật m_1 và băng tải, giữa m_1 và m_2 có tiếp xúc ma sát với nhau và được mô hình hóa theo mô hình LuGre như trên Hình 1. Gọi z_1, z_2 lần lượt là độ lệch trung bình của lông ở mặt dưới của vật m_1 và m_2 . Giả thiết rằng vật liệu lông là giống nhau tại các bề mặt, do đó phương trình biểu diễn lực ma sát tương ứng sẽ có tham số giống nhau cho cả hai bề mặt. Phương trình vi phân chuyển động của hệ hai bậc tự do có dạng:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) + F_{f1} - F_{f2} \quad (4a)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (x_2 - x_1) - k_3 x_2 + F_{f2} \quad (4b)$$

Các lực ma sát F_{f1} và F_{f2} được xác định theo phương trình (1) như sau:

$$F_{f1} = \sigma_0 z_1 + \sigma_1 \dot{z}_1 + \sigma_2 v_{r1}, \quad (5a)$$

$$F_{f2} = \sigma_0 z_2 + \sigma_1 \dot{z}_2 + \sigma_2 v_{r2} \quad (5b)$$

với $v_{r1} = v_b - \dot{x}_1$ là vận tốc tương đối của vật m_1 so với băng tải;

$v_{r2} = \dot{x}_1 - \dot{x}_2$ là vận tốc tương đối của vật m_1 so với m_2 ; các biến trạng thái trong z_1, z_2 được xác định thông qua hai phương trình vi phân sau:

$$\dot{z}_1 = v_{r1} - \frac{|v_{r1}|}{g_1(v_{r1})} z_1 = v_b - \dot{x}_1 - \frac{|v_b - \dot{x}_1|}{g_1(v_b - \dot{x}_1)} z_1, \quad (6a)$$

$$\dot{z}_2 = v_{r2} - \frac{|v_{r2}|}{g_2(v_{r2})} z_2 = \dot{x}_1 - \dot{x}_2 - \frac{|\dot{x}_1 - \dot{x}_2|}{g_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)} z_2 \quad (6b)$$

trong đó $g_1(v_{r1}), g_2(v_{r2})$ là các hàm Stribeck xác định theo (3):

$$g_1(v_{r1}) = \frac{1}{\sigma_0} \left(F_{C1} + (F_{S1} - F_{C1}) \exp\left\{-\frac{v_{r1}^2}{v_s^2}\right\} \right), \quad (7a)$$

$$g_2(v_{r2}) = \frac{1}{\sigma_0} \left(F_{C2} + (F_{S2} - F_{C2}) \exp\left\{-\frac{v_{r2}^2}{v_s^2}\right\} \right) \quad (7b)$$

$$F_{C1} = \mu_{C1} N_1 = \mu_{C1} (m_1 + m_2) g; F_{S1} = \mu_{S1} N_1 = \mu_{S1} (m_1 + m_2) g \quad (8a,b)$$

$$F_{C2} = \mu_{C2} N_2 = \mu_{C2} m_2 g; F_{S2} = \mu_{S2} N_2 = \mu_{S2} m_2 g \quad (8c,d)$$

Ở đây μ_{C1}, μ_{S1} tương ứng là hệ số ma sát Coulomb và hệ số ma sát tĩnh giữa vật m_1 và băng tải; μ_{C2}, μ_{S2} tương ứng là hệ số ma sát Coulomb và hệ số ma sát tĩnh giữa vật m_1 và vật m_2 . Các phương trình (4) - (6) thiết lập một hệ phương trình vi phân với 4 biến phụ thuộc thời gian là x_1, x_2, z_1, z_2 . Trong hệ, hai phương trình (4a, b) là tuyến tính nhưng hai phương trình (6a, b) lại là phi tuyến.

Có thể nhận thấy rằng nếu các vận tốc tương đối có giá trị tương đối lớn so với vận tốc Stribeck v_s thì hàm Stribeck g_1, g_2 sẽ tiệm cận đến giá trị hằng số; lúc này mô hình LuGre đưa về mô hình Dahl [4]. Mô hình Dahl là một mở rộng của luật ma sát Coulomb nhưng có một nhược điểm là không bắt được hiệu ứng ma sát Stribeck. Vì lý do này, Wit và đồng nghiệp [6] đã đề xuất mô hình LuGre, được xem là phiên bản mở rộng của Dahl.

4. Trạng thái cân bằng

Xét hệ ở trạng thái cân bằng, nghĩa là $\ddot{x}_1 = 0, \dot{x}_1 = 0, \ddot{z}_1 = 0, \dot{z}_1 = 0, \ddot{x}_2 = 0, \dot{x}_2 = 0, \ddot{z}_2 = 0, \dot{z}_2 = 0$. Ở trạng thái này, các vận tốc tương đối là $v_{r1} = v_b, v_{r2} = 0$. Ký hiệu $x_{1e}, x_{2e}, z_{1e}, z_{2e}$ lần lượt là các tọa độ của m_1, m_2 và độ lệch của lông khi hệ ở trạng thái cân bằng. Độ lệch lông ở trạng thái cân bằng tìm được là:

$$z_{1e} = g_1(v_b), z_{2e} = 0, \quad (9)$$

trong đó $g_1(v_b)$ cho bởi phương trình (7a) bằng cách thay v_{r1} bằng đối số v_b . Vị trí cân bằng của các vật m_1, m_2 lúc này là nghiệm của hệ phương trình sau đây:

$$-k_1 x_{1e} + k_2 (x_{2e} - x_{1e}) + \sigma_0 g_1(v_b) + \sigma_2 v_b = 0 \quad (10a)$$

$$-k_2 (x_{2e} - x_{1e}) - k_3 x_{2e} = 0 \quad (10b)$$

Giải hệ (10) ta thu được biểu thức của x_{1e}, x_{2e} là:

$$x_{1e} = \frac{k_2 + k_3}{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1} [\sigma_0 g_1(v_b) + \sigma_2 v_b] \quad (11)$$

$$x_{2e} = \frac{k_2}{k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1} [\sigma_0 g_1(v_b) + \sigma_2 v_b]$$

Từ hai biểu thức này có thể rút ra $x_{1e} > x_{2e}$, tức là vị trí cân bằng của vật m_1 có giá trị tuyệt đối lớn hơn vị trí cân bằng của vật m_2 . Có thể thấy rằng giá trị độ lệch của lông (biến trạng thái trong) gắn với vật m_1 tại điểm cân bằng của hệ bằng giá trị của hàm Stribeck tại vận tốc v_b của băng tải, trong khi đó độ lệch lông gắn với vật m_2 thì bằng không. Giá trị $z_{2e} = 0$ cho thấy lông ở trạng thái đứng thẳng và không có sự chuyển dịch tương đối giữa hai vật m_1 và m_2 ở trạng thái cân bằng; giá trị $z_{1e} \neq 0$ là do băng tải di chuyển với vận tốc không đổi và do tính chất liên kết giữa hai bề mặt vật m_1 và băng tải làm cho lông bị kéo và

ngghiêng theo chiều chuyển động của băng tải. Nghiên cứu trước đây của Wit đã chỉ ra rằng giá trị biến trong bị chặn bởi một giá trị trên, nếu vượt qua giá trị trên, sẽ xảy ra hiện tượng trượt giữa hai bề mặt. Trạng thái cân bằng cho thấy rằng khi chuyển động của hệ xảy ra thì các đáp ứng sẽ dao động xung quanh vị trí cân bằng này.

Chú ý rằng lực ma sát ứng với thành phần đàn hồi liên quan đến biến trong z_1 ở trạng thái cân bằng cho ta quan hệ giữa z_{1e} và vận tốc băng tải như sau:

$$\sigma_0 z_{1e} = F_{C_1} + (F_{S_1} - F_{C_1}) \exp \left\{ -\frac{v_b^2}{v_s^2} \right\}.$$

Khi $v_b \gg v_s$, tức vận tốc băng tải v_b tương đối lớn so với v_s thì $\sigma_0 z_{1e} = F_{C_1}$, tức là thành phần đàn hồi của ma sát bằng với lực ma sát Coulomb của vật m_1 . Khi đó $z_{1e} = F_{C_1} / \sigma_0$.

5. Các đặc trưng của chuyển động xuất hiện trong hệ

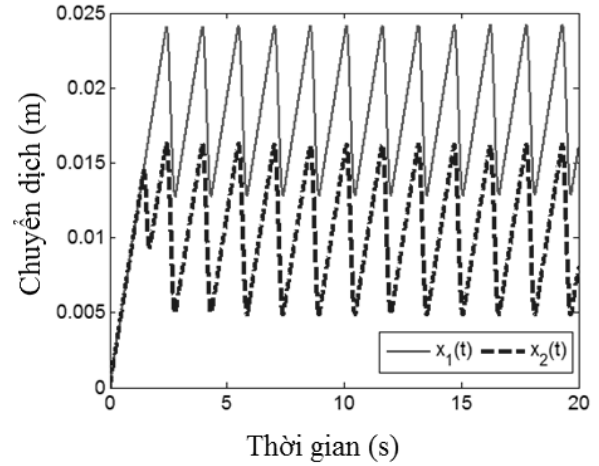
Người ta nhận thấy rằng mô hình ma sát động thường chứa ứng xử phi tuyến phong phú [1]. Trong nghiên cứu này, các tác giả khảo sát các đặc tính chuyển động của hệ bằng mô phỏng số bởi vì mô hình ma sát cho hệ phương trình vi phân chuyển động phi tuyến trong đó xuất hiện hàm phi tuyến dạng Gauss ở dưới mẫu rất khó thực hiện phân tích bằng một phương pháp giải tích hiệu quả. Tham số tính toán được cho trong Bảng 1. Điều kiện đầu được lấy là $[0, 0, 0, 0, 0.1962, 0.1472]$ cho lần lượt các đáp ứng $x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, z_1, z_2$.

Bảng 1. Tham số đầu vào cho tính toán số

Mô tả	Tham số	Giá trị	Đơn vị
Hệ số ma sát tĩnh	μ_s	0.15	
Hệ số ma sát động	μ_c	0.1	
Hệ số độ cứng lò	σ_0	10^5	Nm ⁻¹
Hệ số cản của lò	σ_1	$\sqrt{10^5}$	Nsm ⁻¹
Hệ số cản nhớt	σ_2	0.4	Nsm ⁻¹
Khối lượng các vật	m_1, m_2	1.0, 1.0	N
Hệ số độ cứng các lò xo	k_1, k_2, k_3	50, 50, 100	N
Vận tốc Stribeck	v_s	0.001	ms ⁻¹

5.1. Chuyển dịch trong khoảng thời gian đầu chuyển động

Đáp ứng theo thời gian của các chuyển dịch x_1 và x_2 được minh họa trên Hình 3. Vì điều kiện đầu của chuyển dịch x_1 và x_2 đều bằng không, khi băng tải di chuyển với vận tốc hằng số thì các chuyển dịch đều xuất phát từ gốc tọa độ và tăng dần trong một khoảng thời gian đầu. Lúc này lực lò xo $F_{sp1} = k_1 x_1$ tăng dần nhưng không thắng được lực ma sát nên vật m_1 chuyển động gần như dính vào băng tải. Tương tự vật m_2 mặc dù có sự thay đổi về chuyển dịch nhưng thời gian đầu lực đàn hồi của các lò xo k_2, k_3 cũng không thắng được lực ma sát giữa vật m_1 và m_2 nên gần như vật m_2 dính vào m_1 ; vì lý do này mà chuyển dịch của hai vật là gần như nhau và tăng tuyến tính theo thời gian trong khoảng 1.5 (s) đầu tiên kể từ thời điểm $t = 0$.



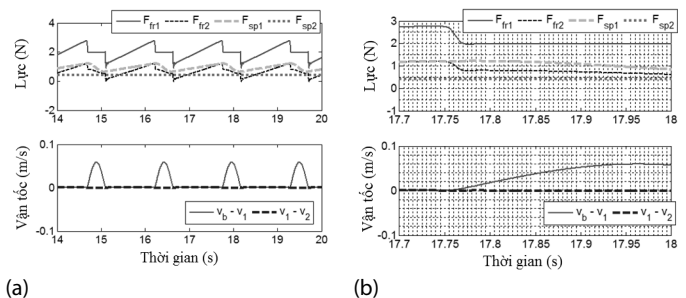
Hình 3. Đáp ứng chuyển dịch phụ thuộc thời gian của các khối lượng m_1 và m_2

5.2. Chuyển dịch trong giai đoạn bình ổn

Sau thời gian khoảng 1.5 (s) bắt đầu có sự khác biệt về chuyển dịch của các đáp ứng, chúng tiến đến một giai đoạn bình ổn mà chuyển động gần như là các dao động tuần hoàn. Hiện tượng này đã biết trong các hệ nghiên cứu trước đây nhưng với hệ một bậc tự do chuyển động trên băng tải [7]. Người ta gọi cơ chế dao động trên băng tải là một dạng *tự dao động*. Dạng điều kiện tự dao động này xuất phát từ đặc tính liên kết ma sát giữa các bề mặt của vật thể và băng tải nhờ sự duy trì liên tục vận tốc băng tải hằng số. Hiện tượng này được quan sát trong miền vận tốc băng tải không quá lớn. Trong trường hợp vận tốc băng tải lớn hơn thì có thể dẫn đến một dao động gần như tắt dần (quan sát cho thấy rất lâu mới tắt dần nhưng biên độ dao động sẽ rất nhỏ) của chuyển dịch bởi vì băng tải lúc này kéo vật nhanh đến mức vật gần như đứng im so với băng tải.

Quan sát trên Hình 3 cho thấy điểm cân bằng của x_1 có tọa độ lớn hơn điểm cân bằng của x_2 và đều có giá trị dương. Bởi vì lò xo k_1 giãn ra một đoạn x_1 , độ giãn này bằng tổng độ giãn của hai lò xo k_2 và k_3 , điều đó làm cho điểm cân bằng của lò xo k_1 luôn nằm trên điểm cân bằng của lò xo k_2 . Cụ thể điểm cân bằng của m_1 là 0.0185 (m), và điểm cân bằng của m_2 là 0.0106 (m). Biên độ dao động của hai đáp ứng xấp xỉ nhau và bằng 0.0057 (m). Chu kỳ tìm được của cả hai đáp ứng là xấp xỉ nhau và bằng $T_1 \approx T_2 = 1.55$ (s).

5.3. Chuyển động dính - trượt trên băng tải trong trường hợp bình ổn



Hình 4. Đồ thị các lực ma sát, đàn hồi và vận tốc của hệ phụ thuộc thời gian: (a) hiển thị trong khoảng thời gian [14, 20] (s); (b) hiển thị trong khoảng [17.7, 18] (s).

Quan sát trên Hình 4, vận tốc tương đối v_{10} của vật m_1 so với băng tải được tính bằng công thức $v_{10} = v_b - v_1$ có những đoạn gần như thẳng (bằng không) trong khi đó có những đoạn cong và lặp lại một cách tuần hoàn. Những đoạn thẳng chỉ ra rằng vật m_1 gần như bám và chuyển động cùng với băng tải do hiệu ứng lực ma sát giữ lại. Người ta gọi đây là chuyển động "dính". Trong hệ một bậc tự do, chuyển động dính cho thấy lực lò xo gần như cân bằng với lực ma sát giữa vật và băng tải. Tuy nhiên trong hệ hai bậc tự do đang xét, chuyển động dính xảy ra khi lực ma sát giữa hai bề mặt sẽ cân bằng với các lực còn lại tác dụng lên m_1 . Pha tiếp theo của chuyển động dính là chuyển động "trượt" mà ở đó vật m_1 trượt trên băng tải với vận tốc thay đổi và khác không. Các thí nghiệm trước đây chỉ ra rằng nếu vận tốc chuyển động của vật vượt ngưỡng một vận tốc nào đó thì chuyển động trượt sẽ diễn ra. Trong mô hình lỏng của Wit [6], chuyển động trượt diễn ra khi lực tiếp tuyến tác dụng lên lỏng lớn đến mức làm cho độ lệch của lỏng chạm ngưỡng giá trị lớn nhất. Có thể hiểu là lực tiếp tuyến lớn đến một giá trị nào đó làm phá vỡ tính chất đàn hồi của lỏng, làm cho toàn bộ bề mặt tiếp xúc trượt trên nhau. Tổ hợp chuyển động của các pha liên tiếp dính và trượt trên một bề mặt được gọi là *chuyển động dính – trượt*. Hiệu ứng lực ma sát Stribeck sẽ quan sát được trong trường hợp vận tốc tương đối chuyển động có giá trị khác không nhưng tương đối nhỏ. Trong chế độ vận tốc nhỏ như thế, lực ma sát quan sát được sẽ có hiện tượng giảm dần khi tăng vận tốc chuyển động. Quan sát này có thể thấy trên Hình 4b là một phóng to của Hình 4a trong khoảng thời gian [17.7, 18] (s). Cụ thể trong khoảng thời gian 17.75 (s) ta quan sát thấy lực ma sát bắt đầu giảm sâu khi vận tốc tương đối tăng dần, tức là có một hiện tượng "rơi" về giá trị của lực ma sát ở vận tốc tăng dần nhưng gần vận tốc không.

5.4. Chuyển động dính của vật m_2 trên vật m_1

Có một hiện tượng thú vị được quan sát là, hầu như vật m_2 bám dính vào vật m_1 trong quá trình chuyển động của hệ mặc dù chuyển dịch của hai vật là khác nhau. Như đã phân tích ở phần trên chuyển động của hai vật gần như là cùng pha, cùng tần số, có độ lớn biên độ dao động là gần như nhau (chỉ có vị trí cân bằng là khác nhau). Điều này nói lên rằng chỉ cần một chuyển dịch tịnh tiến về vị trí điểm cân bằng thì hai dao động sẽ trùng khớp lên nhau. Hệ quả là giá trị vận tốc của hai vật là gần như bằng nhau, vận tốc tương đối giữa chúng sẽ gần bằng không. Kết quả số cho thấy giá trị vận tốc tương đối nhỏ hơn giá trị vận tốc Stribeck nên có thể coi hai vật là chuyển động dính vào nhau. Sự hiển thị vận tốc tương đối của hai vật trên Hình 4 gần như là một đường thẳng và có giá trị xấp xỉ không.

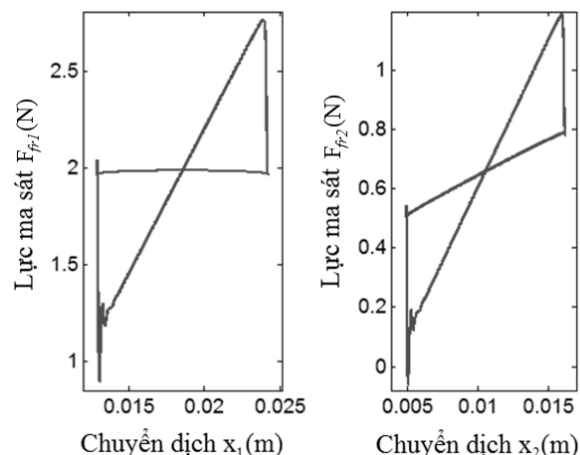
5.5. Quan hệ của lực ma sát và sự thay đổi giá trị của biến trạng thái trong

Từ công thức biểu diễn lực ma sát ta có thể thấy nó có đóng góp từ ba thành phần: thành phần đàn hồi (gắn với hệ số đàn hồi σ_0), thành phần cản biến trong (gắn với hệ số σ_1) và thành phần cản nhớt có sự đóng góp của vận tốc tương đối của hai bề mặt (gắn với hệ số σ_2). Kết quả tính toán số chỉ ra rằng sự đóng góp của thành phần đàn hồi là lớn nhất và vượt trội so với sự đóng góp của hai thành phần còn lại. Do đó đáng chú ý của lực ma sát phụ thuộc phần lớn vào sự thay đổi của độ lệch lỏng. Ở một mức độ nào đó, có thể lấy xấp xỉ $F_{f1} \approx \sigma_0 z_1$ và

$F_{f2} \approx \sigma_0 z_2$. Trong một số mô hình tính toán người ta chỉ cần ước lượng giá trị của lực ma sát tỉ lệ với độ lệch lỏng, tức quan hệ lực ma sát và sự thay đổi của biến trạng thái trong là quan hệ gần như tuyến tính.

5.6. Vòng trễ của lực ma sát

Trong trạng thái bình ổn của chuyển động hệ, một hiện tượng được quan sát ở đây là có một vòng trễ xuất hiện của lực ma sát phụ thuộc vào chuyển dịch của các vật m_1 và m_2 (xem Hình 5).



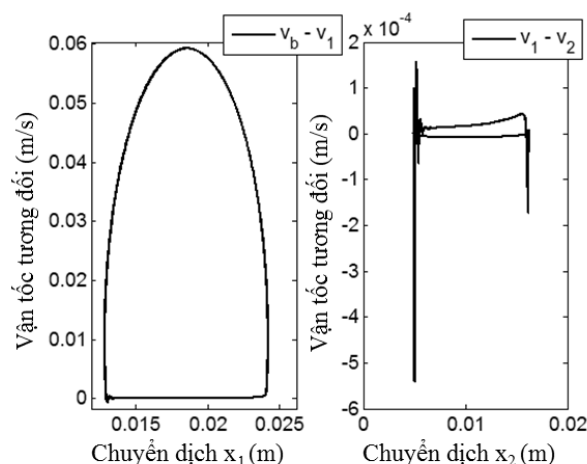
Hình 5. Vòng trễ của lực ma sát phụ thuộc chuyển dịch

Đối với lực ma sát F_{f1} , vòng trễ gần như là một vòng khép kín nhưng có dạng hai tam giác đối xứng nhau qua một điểm. Về tổng thể, trên đoạn nằm ngang nếu đi từ trái sang phải theo chiều tăng của chuyển dịch x_1 , lực ma sát gần như không đổi. Điều này cho thấy hệ đang ở trạng thái trượt. Khi đạt chuyển dịch lớn nhất, x_1 bắt đầu giảm thì lực ma sát tăng nhanh và giảm dần gần như tuyến tính. Đến gần giá trị nhỏ nhất của chuyển dịch thì lực ma sát có một sự thay đổi đột ngột về giá trị và xuất hiện một sự dao động theo chuyển dịch x_1 . Sự dao động này là do hiệu ứng Stribeck gây ra ở vận tốc gần không. Đáng chú ý của vòng trễ đối với chuyển dịch x_2 là tương tự như trường hợp của chuyển dịch x_1 . Tuy nhiên có một điểm khác so với vòng trễ thứ nhất là dọc theo chiều tăng của chuyển dịch x_2 lực ma sát tăng gần như tuyến tính.

5.7. Vòng giới hạn

Dao động dính trượt của hệ ở trạng thái bình ổn dẫn tới một đặc tính chuyển động là vòng giới hạn xuất hiện trong mặt phẳng pha. Ở đây vì vận tốc băng tải là hằng số, nên ta chuyển mặt phẳng pha từ chuyển dịch – vận tốc tuyệt đối sang mặt phẳng chuyển dịch – vận tốc tương đối. Đối với vật m_1 mặt phẳng pha cho thấy hai pha chuyển động rõ rệt: pha dính mà ở đó vận tốc chuyển động tương đối là gần bằng không, và pha trượt mà ở đó vận tốc tương đối có giá trị thay đổi và khác không. Trên Hình 6, hình ảnh pha dính – trượt giống như một hình elip bị cắt đi một chỏm. Đặc tính này khác hẳn so với chuyển động tuần hoàn thông thường không có sự xuất hiện của pha dính.

Đối với vật m_2 mặc dù chuyển động được xem là dính trên vật m_1 vì vận tốc tương đối giữa hai vật là rất nhỏ. Tính toán cho thấy vận tốc này nhỏ hơn vận tốc Stribeck. Do đó mặc dù chuyển động là gần như tuần hoàn nhưng đáng chú ý của vòng giới hạn là khá phức tạp và không có hình thù rõ ràng. Xét về mặt tổng thể thì vòng giới hạn sẽ quy về một đường thẳng nằm ngang do chỉ có chuyển động dính xuất hiện [xét kỹ ra chỉ có một vài điểm gần giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của chuyển dịch là xảy ra hiện tượng trượt; nhưng để đơn giản ta sẽ bỏ qua yếu tố này do đã lấy vận tốc Stribeck làm mốc so sánh].



Hình 6. Dạng điệu vòng giới hạn của các chuyển động của vật m_1 và m_2

6. Kết luận

Trong nghiên cứu này, các phân tích chi tiết về chuyển động dính – trượt của một hệ hai bậc tự do trên băng tải được trình bày trên cơ sở kết quả tính toán số. Nghiên cứu chỉ ra rằng, với việc sử dụng mô hình ma sát LuGre cho chuyển động với vận tốc thấp, các hiệu ứng cơ học của chuyển động dính – trượt được tìm thấy giống như áp dụng cho trường hợp hệ một bậc tự do. Một điểm mới của nghiên cứu là đã chỉ ra chuyển động dính của hai vật xảy ra trong quá trình vật thể thứ nhất chuyển động dạng dính – trượt trên băng tải. Sự bám dính này là do các lực đàn hồi tác dụng lên vật thể không thể thắng được lực ma sát giữa hai bề mặt tiếp xúc. Điều đó cho thấy rằng ở vận tốc thấp nơi mà hiệu ứng ma sát Stribeck phát huy tác dụng thì sự bám dính của hai đối tượng vật thể là đáng kể. Nghiên cứu mở ra một hướng mới trên một diện rộng hơn là các hệ động lực có chuyển động tương đối chậm và có liên kết ma sát với nhau. Nghiên cứu này chỉ dừng ở giải số để phân tích các hiện tượng quan sát được bởi vì cách tiếp cận giải tích vẫn có những khó khăn nhất định cho đến thời điểm này. Đây cũng là vấn đề cần cứu tiếp theo của các tác giả hiện tại.

Lời cảm ơn

Bài báo được hoàn thành với sự tài trợ kinh phí từ Đề tài nghiên cứu Cấp cơ sở, Trường Đại học Mở - Địa chất, mã số T19-26.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Joseph E. Shigley, John Joseph Uicker, Theory of Machines and Mechanisms, McGraw Hill Higher Education (1980)
- [2] Robert Horgan Smith, Analyzing Friction in the Design of Rubber Products and Their Paired Surfaces, CRC Press 2008 (2008)
- [3] Dahl P., A solid friction model, Aerospace Corp. El Segundo, CA, Tech. Rep. TOR-0158(3107-18)-1, (1968).
- [4] Bliman P. A., Mathematical study of the Dahl's friction model, European J. Mechanics.A. Solids, 11, pp. 835-848 (1992).
- [5] Bliman P. A., Sorine M., Friction modelling by hysteresis operators, Application to Dahl, Sticktion, and Stribeck effects, in Proc. Con6 Models of Hysteresis, Trento, Italy (1991).
- [6] Wit C.C., Olsson H., Astrom K.J., Lischinsky P., A new model for control of systems with friction, IEEE Transactions on Automatic Control, 40, pp. 419 – 425 (1995)
- [7] Mark Denny, Stick-slip motion: an important example of self-excited oscillation, European Journal of Physics, 25, 311–322 (2004)